

Trilateración: Sismos, GPS, rayos y teléfonos celulares. Guía para la XIX Olimpiada de Ciencias de la Tierra para estudiantes de preparatoria de Baja California. Viernes 30 de mayo de 2014. Auditorio de Ciencias de la Tierra. CICESE. Ensenada, Baja California.

Por Enrique Gómez Treviño

INTRODUCCIÓN

A mediados del mes de abril de 2014, a media noche, se pudo observar desde todo el país un eclipse total de Luna similar al que observó hace muchísimos siglos Aristarco de Samos. Se le dio mucho espacio en los medios de comunicación, pero para nada se mencionó la increíble hazaña del gran Aristarco, quien con sus observaciones y razonamientos determinó por primera vez el tamaño de la Luna y su distancia a la Tierra. De haberlo mencionado, seguramente habría despertado la curiosidad de algunas personas para indagar al respecto, pero no se dijo nada, así es que ustedes son de los pocos afortunados que están en el secreto. Como han podido comprobar, las observaciones y razonamientos de Aristarco son una obra maestra digna de contarse una y otra vez. En estas olimpiadas será la cuarta y última vez porque este año el tema ya pasó al final de la fila.

Para estas XIX olimpiadas les preparamos un tema de actualidad relacionado con nuevas tecnologías como los teléfonos celulares y el sistema de posicionamiento global o GPS por sus siglas en inglés. Utilizaremos estas siglas para referirnos a este sistema porque así se le conoce comúnmente en todo el mundo. El tema en sí es el método que se utiliza para localizar un objeto en el espacio desde puntos alejados, como la triangulación, la cual dicho sea de paso ya era conocida por los antiguos griegos incluido Aristarco. El método, conocido como trilateración, se utiliza para localizar sismos y rayos además de celulares y receptores de GPS. Veremos detalles de cómo se utiliza el método en cada caso. Aprenderán incluso algunas consecuencias de las teorías de la relatividad de Einstein, de las dos, de la especial y de la general, las cuales pasaron de ser consideradas por el público como ciencia ficción para convertirse en una realidad, particularmente para quienes utilizan GPS, aunque no se den cuenta.

TRILATERACIÓN: PLANTEAMIENTO GEOMÉTRICO

La trilateración es una técnica geométrica para determinar la posición de un objeto conociendo su distancia a tres puntos de referencia. A diferencia de la más

conocida técnica de triangulación, en la que se miden ángulos y distancias, en la trilateración se utilizan sólo distancias como se muestra en la Figura 1.

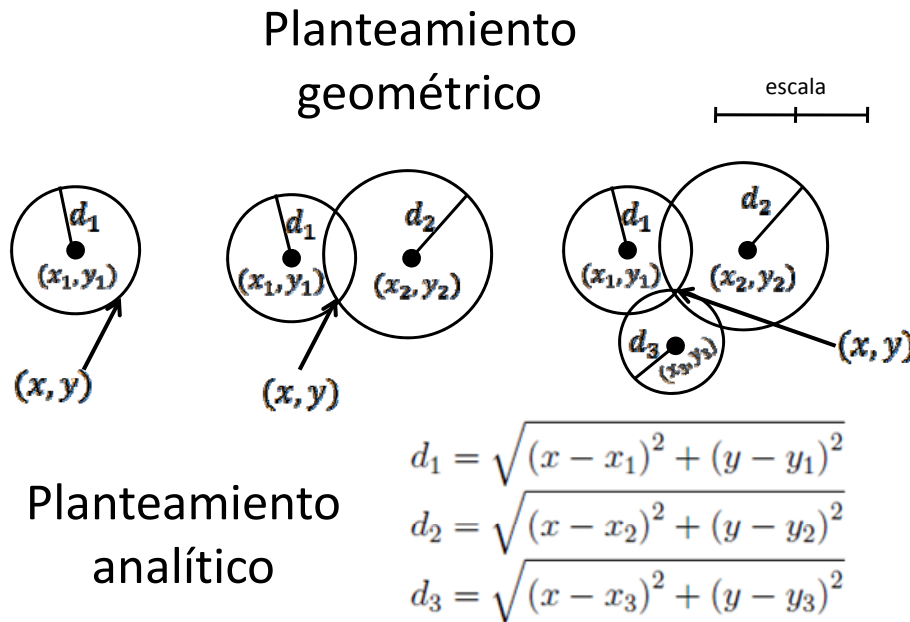


Figura 1. Planteamientos geométrico y analítico de la trilateración. El objetivo es localizar el punto (x, y) conociendo su distancia a tres puntos cuya localización se conoce.

Veamos primero el planteamiento geométrico. Si solamente conocemos la distancia del objeto al punto (x_1, y_1) , el objeto se podría encontrar en cualquier lugar alrededor del círculo de radio d_1 . Si ahora consideramos que también se sabe la distancia del objeto al punto (x_2, y_2) entonces las cosas empiezan a mejorar. El objeto podría encontrarse ya no en cualquier lugar alrededor del primer círculo. Tampoco podría encontrarse en cualquier lugar alrededor del segundo círculo. Solamente hay dos puntos en los dos círculos que cumplen con las dos condiciones de distancia. Estos dos puntos están definidos por las intersecciones de los círculos. Uno de los puntos debe ser la posición del objeto, pero no hay manera de saber cuál de los dos es el verdadero. Para determinar cuál es el verdadero necesitamos más información. Otro círculo que nos diga a qué distancia está el objeto de un tercer punto nos permitirá escoger entre las dos posibilidades. El tercer círculo centrado en (x_3, y_3) no puede sino interceptar a los otros dos en la posición del objeto, porque este punto es el único que está en los tres círculos y por lo tanto cumple con las tres condiciones de distancia.

TRILATERACIÓN: PLANTEAMIENTO ANALÍTICO

Los argumentos geométricos anteriores eran conocidos por los antiguos griegos hace más de dos mil años. Para resolverlos sólo necesitaban regla y compás. No fue sino hasta el siglo XVII cuando René Descartes descubrió la manera de resolver este tipo de problemas con fórmulas de álgebra y así fundó la geometría analítica. Descartes inventó los ejes de coordenadas y mostró cómo las fórmulas de álgebra podían representar figuras geométricas como rectas, círculos, etc., así como encontrar sin hacer dibujos dónde se interceptan. En el caso que nos ocupa se trata de tres ecuaciones simultáneas según se muestra en la Figura 1 como planteamiento analítico. Cada una es la representación de uno de los círculos mostrados en la parte de arriba. Resolviendo el sistema de ecuaciones se encuentra el mismo punto donde se cruzan los tres círculos. Los cálculos necesarios se pueden realizar en una fracción de segundo en cualquier computadora, teléfono celular o receptor de GPS. Sin la geometría analítica de Descartes serían impensables las aplicaciones modernas de la trilateración. Sin embargo, las bases geométricas del método son más intuitivas y más fáciles de comprender y aplicar. En el examen tendrán la oportunidad de localizar con el método geométrico un teléfono celular, un receptor GPS, un sismo, y hasta un rayo. El planteamiento analítico lo dejaremos para otra ocasión.

TRILATERACIÓN: LA CLAVE SON LAS DISTANCIAS

Tanto el método geométrico como el analítico requieren de dos cosas para poder aplicarse. Primero, se necesitan las posiciones de los tres puntos de referencia. En un mapa estos tres puntos se representan simplemente como eso, como tres puntos en un mapa, como en la Figura 1. Si se va a utilizar el método analítico se necesitan las coordenadas (x_1, y_1) , (x_2, y_2) y (x_3, y_3) . Sin embargo, como dijimos anteriormente no utilizaremos el método analítico en esta ocasión. De cualquier forma, estos puntos de referencia se conocen muy bien. En el caso de teléfonos celulares estos puntos corresponden a las localizaciones de las antenas que se comunican con los celulares. En el caso de los receptores de GPS los puntos de referencia son las posiciones en el espacio de los satélites diseñados para tal fin. Por su parte, para la localización de sismos los puntos son las localizaciones de las estaciones sismológicas que registran los movimientos telúricos. En el último ejemplo que veremos, el de los rayos, las referencias son también estaciones o equipos especializados que reciben señales de los rayos. En

todos los casos los tres puntos de referencia están muy bien localizados porque se sabe donde se instalaron.

La otra cosa que se necesita para localizar un objeto mediante trilateración es conocer la distancia a cada uno de los puntos de referencia. ¿Cómo se calculan estas distancias? La respuesta es variada. En el caso de las antenas para celulares y de los satélites del GPS se utilizan señales que envían las antenas mismas y los satélites. Antenas y satélites envían una señal desde tres puntos diferentes y en el receptor se calcula la posición. En los otros dos casos, en el de los sismos y los rayos, la situación es al revés. El objeto que se desea localizar es el que envía la señal y los puntos de referencia son los que la reciben. En estos casos los puntos de referencia son los que calculan la posición del objeto, ya sea un sismo o un rayo. En lo que sigue veremos cada caso en particular en lo relativo a cómo se calculan las distancias, y cómo se han superado algunas dificultades para que las localizaciones sean confiables.

LOCALIZACIÓN DE TELÉFONOS CELULARES

Contrariamente a la creencia popular, los celulares que tienen servicio de GPS no lo utilizan, o bien no lo utilizan en su totalidad y se apoyan más bien en la red local de antenas de la compañía telefónica. En este caso los tres puntos de referencia son antenas cercanas al celular. Para medir la distancia a cada antena se utiliza el hecho de que la señal se hace más pequeña a medida que nos alejamos de la antena. La Figura 2 muestra esto gráficamente. Los tamaños de la señal en el receptor son enviados por Internet a una computadora central la cual calcula la posición utilizando el método analítico y la envía de regreso al receptor. Y en el receptor se grafica sobre un mapa y ya sabemos dónde estamos.

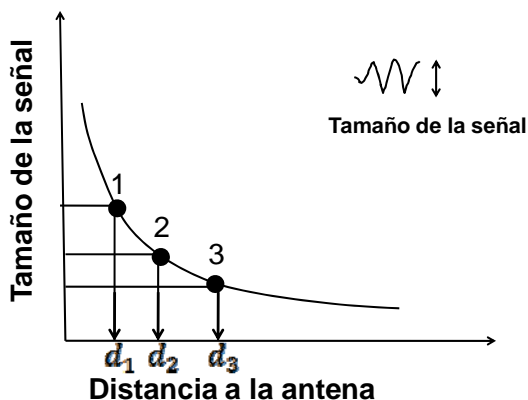


Figura 2. Tamaño de la señal en un teléfono celular que recibe información desde tres estaciones cada vez más lejanas. La atenuación de la señal se convierte a distancias y de ellas se calcula la posición del celular.

LOCALIZACIÓN MEDIANTE GPS

Aunque el concepto es muy sencillo, la ciencia y la tecnología detrás del GPS es una de las maravillas de la época actual. Para explicarlo nos apoyaremos en la Figura 3. Los puntos de referencia en este caso son satélites que orbitan alrededor de la Tierra. Estos satélites envían una señal electromagnética la cual viaja a la velocidad de la luz, y el receptor en la Tierra mide el tiempo de recorrido de las tres señales y las convierte en distancias, y con estas tres distancias se obtiene la posición del receptor, como se comentó anteriormente. Y esto es todo.

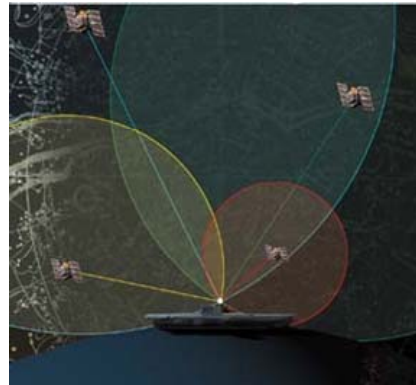
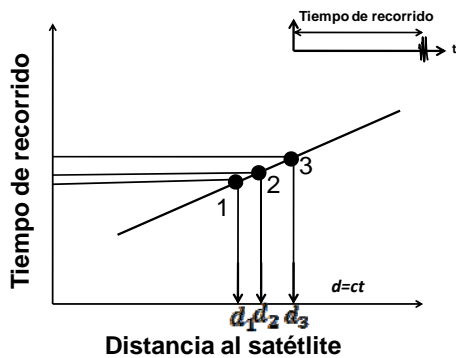
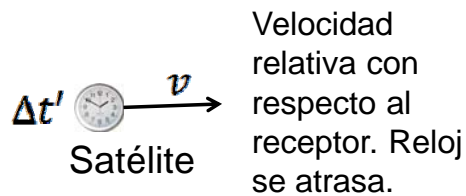


Figura 3. Tiempos de recorrido calculados en un receptor GPS que recibe señales desde tres satélites cada vez más lejanos. Los tiempos se convierten a distancias mediante la ecuación indicada y el receptor calcula su posición. En este caso no se trazan círculos sino esferas.

Y sin embargo, el cuento apenas comienza. Veamos primero un poco acerca de lo que es el GPS. Se trata de un conjunto de 24 satélites que orbitan a una altura de 20,000 kilómetros sobre la superficie de la Tierra. Esta distancia es un poco más de tres veces el radio de la Tierra que es de 6,370 km. Están distribuidos uniformemente de tal forma que siempre hay cuatro o cinco de ellos en línea de vista (aunque no se alcancen a ver) desde cualquier punto de la superficie de la Tierra. Tienen el tamaño y peso de un automóvil mediano y llevan en su interior cada uno un reloj muy, muy exacto, que prácticamente no se atrasa

ni se adelanta. Mediante una antena se envía una señal de radio (1,500 Mhz), cuyo tiempo de recorrido hasta el receptor sirve para medir la distancia entre satélite y receptor. El satélite funciona con energía solar y transmite la señal con una potencia ridículamente pequeña de apenas 50 Watts. En el receptor también debe haber un reloj que marque el momento de la llegada de la señal. Para saber el momento de emisión de la señal desde el satélite, el mismo satélite envía esa información al receptor. En el receptor se hace la resta de los dos tiempos y la diferencia se multiplica por la velocidad de la luz. El resultado es la distancia entre receptor y satélite. El receptor hace lo mismo con tres o más satélites y por trilateración se ubica a sí mismo.

Para tener una idea de lo exacto que deben ser los relojes consideren que en un microsegundo la luz viaja 300 m. Esto significa que si el reloj en el satélite y el reloj en el receptor difieren en un microsegundo, la ubicación tendrá un error de 300 m. Esto es demasiado. La tolerancia permitida es del orden de nanosegundos. Hay dos efectos que no tienen nada que ver con la calidad de los relojes pero que si no se corrigen producen errores mayores a los de un microsegundo. Se trata de cómo fluye el tiempo en diversas circunstancias. La teoría especial de la relatividad de Einstein predijo hace más de cien años que el tiempo fluye más despacio en un sistema de referencia que esté en movimiento. Esto significa que en el satélite, el cual se mueve a mucho más velocidad que un punto en la Tierra, un reloj tenderá a atrasarse. El efecto se ilustra en la Figura 4. El factor de corrección es equivalente a varios microsegundos al día.



Δt 


Receptor en la Tierra.

Corrección
relativista.

$$\Delta t = \Delta t' / \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Figura 4. Corrección relativista (especial) del intervalo de tiempo.

Por otra parte, la teoría general de la relatividad de Einstein predijo hace casi 100 años que el tiempo fluye más lento a medida que aumenta la gravedad. Los satélites se encuentran a una altura en que la gravedad es muy pequeña en comparación con su valor en la superficie de la Tierra. En este caso un reloj en el satélite tenderá a adelantarse con respecto al situado en la Tierra. O sea que en la superficie de la Tierra el tiempo fluye más despacio que en el satélite. El efecto se ilustra en la Figura 5. La corrección supone que la gravedad es despreciable en la órbita del satélite en comparación con la gravedad en el receptor. Para mayor exactitud se debe aplicar la fórmula dos veces, una para el radio de la Tierra y la otra para el radio de la órbita y luego tomar la diferencia de tiempos. A la variable r_s se le conoce como radio de Schwarzschild. Si un objeto esférico de masa m tiene un radio menor al radio de Schwarzschild entonces ese objeto debe ser un hoyo negro. Allí el tiempo se detiene. La Tierra está muy lejos de ser un hoyo negro porque su radio de 6,370 km es mucho mayor que el radio de Schwarzschild que le corresponde por su masa.

$\Delta t'$ 
Satélite

Gravedad
es mucho
menor aquí.
Reloj se
adelanta.

Δt 

Receptor en la Tierra

Corrección por gravedad $\Delta t = \Delta t' \sqrt{1 - r_s/r_T}$

$$r_s = \frac{2Gm}{c^2}$$

Figura 5. Corrección relativista (general) del intervalo de tiempo. r_s se conoce como radio de Schwarzschild y r_T es el radio de la Tierra. G es la constante de

gravitación de Newton, m la masa de la Tierra y c la velocidad de la luz. Esta corrección es mayor que la de la Figura 4.

Los relojes que son muy, muy exactos son también muy, muy caros. Cuestan mucho más que un automóvil de lujo. Y sin embargo, muchos automóviles y teléfonos celulares comunes tienen instalados receptores GPS. Como recordarán, todos los relojes deben ser igualmente exactos para que las distancias sean las correctas. ¿Cómo resolvieron este problema los diseñadores del sistema? Lo resolvieron de una manera muy ingeniosa que permite el equivalente de tener millones de relojes muy exactos en tierra aunque en realidad no lo sean tanto. Alguien tuvo la idea de utilizar la señal de un cuarto satélite y así tener una cuarta ecuación (ver la Figura 1). El tiempo entra como incógnita y se calcula junto con las coordenadas espaciales. Esto además permite sincronizar el reloj del receptor GPS. ¿Resultado? Coordenadas correctas y millones de relojes no muy buenos convertidos en muy, muy buenos, tan buenos como los que están en los satélites.

LOCALIZACIÓN DE SISMOS Y SU MAGNITUD EN LA ESCALA DE RICHTER

En el caso de celulares y GPS los puntos de referencia emiten una señal y el receptor es el objeto cuya posición se desconoce. En el caso de los sismos las cosas están al revés. Los puntos de referencia son los receptores, y el transmisor de la señal es el objeto cuya posición se desconoce. Esto es, el sismo produce la señal y las estaciones de registro la reciben y de alguna manera se coordinan y se calcula el lugar de origen. Una dificultad adicional en el presente caso es que no se sabe ni dónde ni cuándo ocurrió el sismo. Lo único que se tiene son los registros en las estaciones de medición. Es como si en el receptor GPS sólo se tuviera el tiempo de llegada de la señal, sin el aviso de los satélites de cuándo la enviaron. O sea que no se puede tomar la diferencia de tiempos y calcular las distancias y hacer los círculos correspondientes.

Afortunadamente en el caso de los sismos los registros muestran el arribo de dos tipos de onda, una rápida y otra más lenta. La más rápida llega primero a cualquiera de las estaciones (onda P), y la más lenta por supuesto que un poco después (onda S), según se ilustra en la Figura 6.

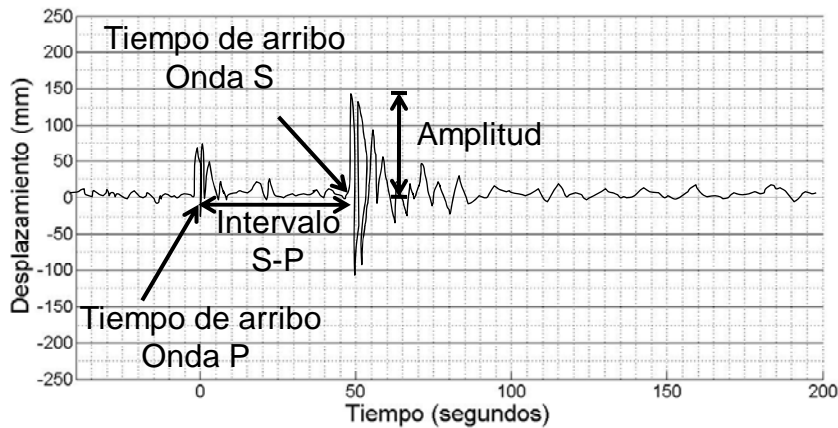


Figura 6. Esbozo de sismograma real. Tiempo cero es artificialmente asignado a la llegada de la onda P para facilitar el cálculo del tiempo S-P.

El tiempo de arribo de la onda S es mayor y el de la onda P es menor. Esto se ilustra en la Figura 7 para valores típicos de velocidades en la corteza terrestre. En esta figura también se grafica la diferencia de tiempos S-P. Se puede observar que la diferencia entre los tiempos de arribo de las ondas S y P se incrementa con la distancia entre el sismo y la estación, y que dada una diferencia de tiempos identifica una única distancia. Esto significa que con tres estaciones se pueden identificar tres distancias, y con esas tres distancias se puede aplicar trilateración y ubicar la posición del sismo en relación con las estaciones. La existencia de estos dos tipos de onda hace innecesario saber cuándo ocurrió el sismo, o en el caso de GPS, cuándo se emitió la señal.

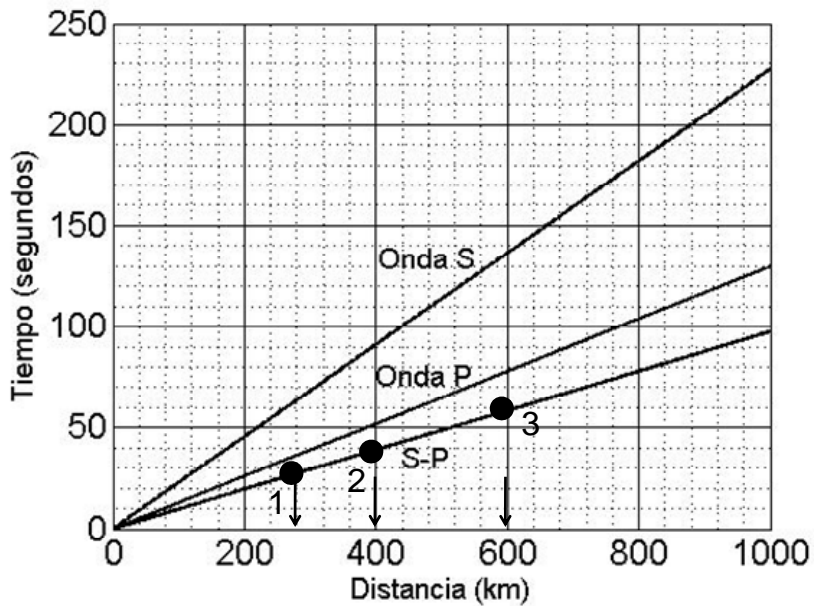


Figura 7. Tiempo de viaje de las ondas P y S en la corteza terrestre desde el origen de un sismo (Distancia=0) hasta estaciones distantes. Las ondas se propagan en todas direcciones por lo que sólo se grafica la distancia a la estación.

Además de la localización de un sismo, en los noticieros también se reporta su magnitud en la escala de Richter. Esta magnitud representa la energía liberada por el temblor, y es independiente de cómo se sintió en un lugar determinado, porque cómo se sintió depende si uno estaba cerca o lejos del epicentro. En la Figura 8 se muestra cómo se puede calcular la magnitud, conociendo la distancia y la amplitud de la onda S según se muestra en la Figura 6. No importa la distancia ni la amplitud, la magnitud siempre es la misma.

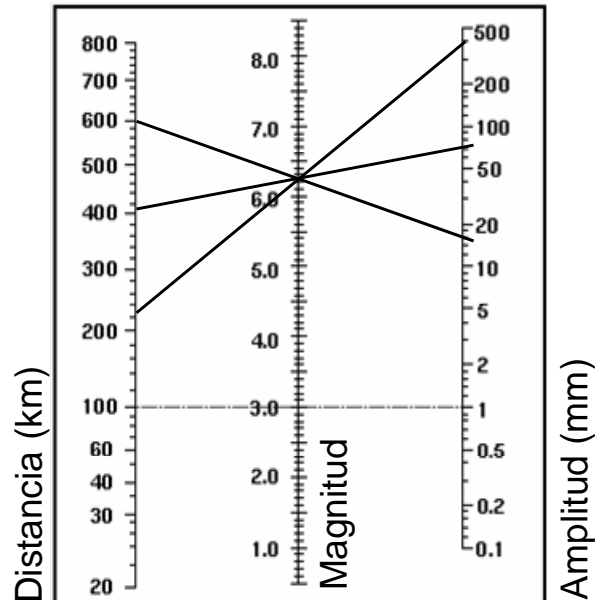


Figura 8. Calculadora gráfica para determinar la magnitud de un sismo en la escala de Richter. Las líneas rectas entre las mediciones en los sismogramas (izquierda y derecha) se cruzan en un mismo punto para todas las estaciones (la magnitud del sismo). En este ejemplo la magnitud es 6.4. La línea horizontal a 100 km es simplemente para referencia de sismos de magnitud 1.

LOCALIZACIÓN DE RAYOS

Además de luz y sonido, los rayos emiten ondas de radio o electromagnéticas que viajan en el aire a la velocidad de la luz. Estas ondas son las causantes del ruido que se escucha en los aparatos de radio cuando hay tormentas eléctricas cercanas. Existen antenas especiales para detectar estas ondas y utilizarlas para localizar los rayos, de manera similar a como se localizan los sismos. Una de las diferencias es que en el presente caso las ondas viajan mucho más rápido. Aún así, es posible detectar y medir los tiempos de llegada a diferentes estaciones. En la Figura 9 se muestra la señal detectada en una estación cercana al lugar donde cayó un rayo. Noten que en lugar de segundos la escala está en microsegundos. Con este tipo de señales se puede calcular la cantidad de carga eléctrica que se transfirió a la Tierra, así como la dirección del flujo, si fue un rayo positivo o negativo. Si se tienen varias estaciones de medición

se puede calcular la posición utilizando trilateración. Determinar estas localizaciones es importante para ubicar incendios forestales así como encontrar el lugar preciso donde un rayo pudo haber dañado una línea de transmisión eléctrica.

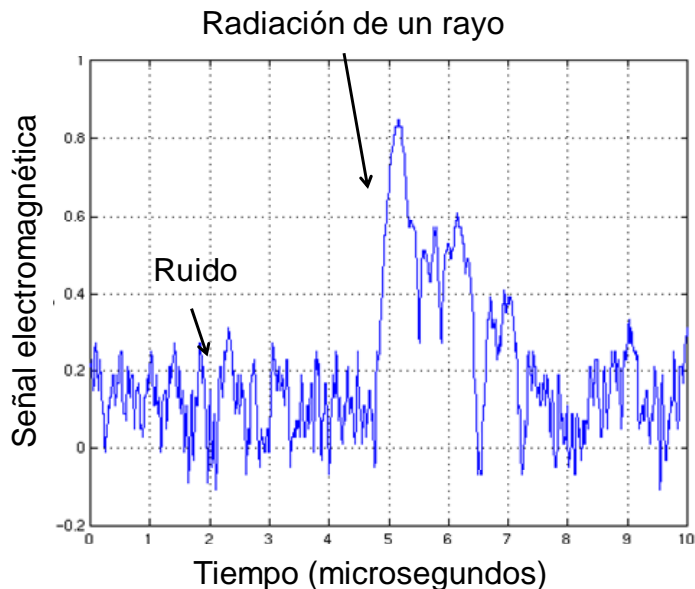


Figura 9. Señal electromagnética producida por un rayo que puede ser detectada a cientos de kilómetros de distancia por estaciones receptoras sensibles a señales en el rango de frecuencias de radio.

Otra diferencia con respecto a los sismos es que en las ondas electromagnéticas no existen dos tipos de ondas. En el caso de los sismos se aprovecha que las ondas P y S viajan a diferentes velocidades, y que la diferencia de tiempo de viaje define un círculo alrededor de la estación. En el caso de los rayos no se puede hacer lo mismo porque las ondas de radio sólo son de un tipo. No se puede tomar la diferencia tampoco con respecto al momento en que cayó el rayo, porque no se conoce ese momento. Esto quiere decir que no podemos trazar círculos alrededor de las estaciones como en los tres casos anteriores. Es posible, sin embargo, localizar exactamente el rayo pero hay que realizar muchos cálculos. Lo mismo va para la localización de un sismo utilizando el tiempo de arribo de un solo tipo de onda. No vamos a extendernos aquí explicando estos métodos

numéricos. Lo que vamos a hacer es presentarles un método muy, muy, pero muy ingenioso de localización que sólo requiere de saber el orden de las estaciones según fueron llegando las señales. En la Figura 10 se representan cuatro estaciones que recibieron la señal emitida por un rayo. La estación 1 la recibió primero, enseguida llegó a la 2 y así sucesivamente hasta la estación 4.

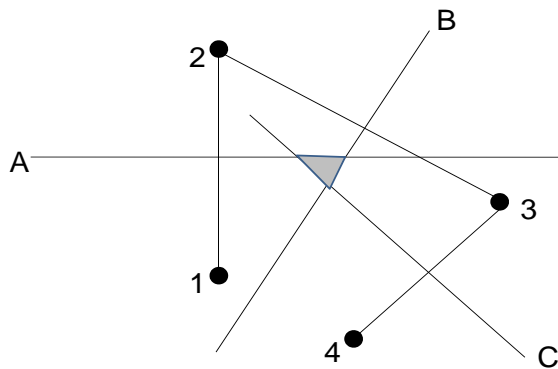


Figura 10. Método para estimar la localización aproximada de un rayo conociendo solamente el orden en que llega la señal a cuatro estaciones. El orden ascendente en la numeración de las estaciones indica también el orden en que llega la señal.

El método es muy simple. Consiste de aplicar el mismo sentido común tres veces. El sentido común consiste en trazar primero una línea recta entre las estaciones 1 y 2. Enseguida trazamos la línea A, perpendicular a la anterior, y a la mitad del camino entre las estaciones 1 y 2. Y aquí viene el sentido común. Como la señal llegó primero a la estación 1, es obvio, obvio, que el rayo debió caer en alguna parte por debajo de la línea A. Haciendo lo mismo con las estaciones 2 y 3, concluimos que el rayo debió caer a la izquierda de la línea B, porque llegó primero a la estación 2. Haciendo lo mismo con las estaciones 3 y 4, llegamos a la conclusión que el rayo debió caer a la derecha de la línea C, porque llegó primero a la estación 3 que a la 4. La intersección de las tres regiones es el triángulo sombreado que se muestra en la Figura 10. En este triángulo debió de caer el rayo. Ensenen ustedes con estaciones en diferentes lugares y con órdenes distintos en la llegada del rayo para que practiquen el método.

RECOMENDACIONES

Practiquen la localización de sismos proponiéndose entre ustedes problemas inventados. Uno de ustedes suponga tres estaciones y la localización de un sismo, consulten las curvas de S-P e inventen los tres sismogramas. Pasen esos sismogramas a sus compañeros y pidan que localicen el temblor. Pueden hacer lo mismo con la magnitud en la escala Richter. Lo mismo va para los celulares, GPS y los rayos. Discutan entre ustedes y con sus maestros. Vean en Internet artículos y videos al respecto, etc. Con respecto a GPS lo más impresionante son las correcciones, porque la idea es tan simple como calcular distancias con la fórmula $d = vt$, la más elemental de las fórmulas en física. Las correcciones relativistas requieren evaluar la expresión $\sqrt{1+x}$. Esto se puede hacer fácilmente en una calculadora. Sin embargo, cuando x es muy pequeña, como en el presente caso, puede ser que tengan problemas dependiendo de la calculadora. Busquen la aproximación de esa raíz cuadrada para el caso cuando x es muy pequeña. En cuanto a las teorías de Einstein no le busquen mucho, no son temas de preparatoria. Lo que incluimos aquí es suficiente. Sin embargo, las fórmulas para las correcciones no son complicadas y se espera que las puedan evaluar y manejar. También es conveniente que revisen la fórmula de la velocidad de un satélite en función del radio de la órbita, suponiendo que la fuerza centrípeta es la fuerza de gravedad que le ejerce la Tierra. Ah, y no se olviden: traigan calculadora, escuadra y compás.

EL EXAMEN

Como siempre, en total serán 100 preguntas. Sobre el presente tema de trilateración serán 25 preguntas. Estas 25 preguntas tendrán un valor de 3 puntos cada una para un valor total de 75 puntos. Traigan su calculadora así como un compás y una escuadra porque los van a necesitar para las localizaciones. Sobre La Fórmula del calentamiento Global ([XVIII olimpiada](#)) serán 25 preguntas. Sobre Gaia serán 20 ([XVII olimpiada](#)), sobre Aristarco de Samos ([XVI olimpiada](#)) serán 30. Rayos y Centellas ([XV olimpiada](#)) queda fuera y no habrá preguntas al respecto. Estas 75 preguntas las pueden consultar en los informes correspondientes a las olimpiadas mencionadas, que están disponibles en esta misma página (<http://olimpiadas.ugm.org.mx>). Estas 75 preguntas tendrán un valor

de 1/3 de punto cada una para un valor total de 25 puntos. Para los que no han asistido a nuestras olimpiadas se les recomienda ver en YouTube: <http://www.youtube.com/watch?v=Q5d-4HvP32U>.

INSCRIPCIONES

Por favor recuerden que es muy conveniente para nosotros que se inscriban con anterioridad en forma individual llenando el [formato de inscripción](http://olimpiadas.ugm.org.mx/index.php?page=olimpiadas-xix-inscripciones) (<http://olimpiadas.ugm.org.mx/index.php?page=olimpiadas-xix-inscripciones>), porque nos permite planear mejor la cantidad de exámenes que debemos imprimir, preparar un día antes los gafetes con sus nombres, imprimir los diplomas de participación, el número de mesas y sillas que necesitaremos, así como la cantidad de comida que debemos ordenar. Por lo general recibimos a alrededor de 90 participantes. Aunque nunca hemos puesto límites, si es necesario limitaremos a 100 el número de participantes por cuestiones de cupo en el auditorio.

Pan, café, chocolate y frutas para quienes no hayan desayunado. De 8:00 a 10:00 AM se entregarán los gafetes con sus nombres. A las 10:00 AM inicia el examen y se termina a las 12:01 PM. Antes de la comida tendremos, como siempre, la visita a varios laboratorios incluyendo la red sismológica donde se reciben las señales de los sismos que ocurren en Baja California. Entre las 2:00 y 3:00 PM se harán las premiaciones.

Saludos cordiales y buena suerte. Los esperamos en Ensenada.

Atentamente,

Dr. Enrique Gómez Treviño.

Coordinador de las Olimpiadas