



La fórmula del Calentamiento Global: Guía para la XVIII Olimpiada de Ciencias de la Tierra para estudiantes de preparatoria de Baja California. Viernes 31 de mayo de 2013. Auditorio de Ciencias de la Tierra. CICESE. Ensenada, Baja California.

INTRODUCCIÓN

Recordarán que en la XVI olimpiada abordamos el personaje de Aristarco de Samos, quien hace más de dos mil años aplicó teoremas de geometría al sistema Sol-Tierra-Luna, y propuso que la Tierra giraba alrededor del Sol, casi dos mil años antes que Copérnico. Los conocimientos de geometría que Aristarco utilizó ya existían en su tiempo. Se podría decir que todo estaba listo para que alguien diera el gran salto de aplicar esos conocimientos a los objetos del cielo. Esa fue la gran contribución de Aristarco. Algo parecido sucedió hace poco más de cien años con el sistema Tierra-Sol, pero ya no en relación con distancias y tamaños porque eso ya se sabía, sino sobre cómo es que el Sol calienta a la Tierra.

Esta vez el gran salto lo realizó Arrhenius, un científico sueco que en 1903 recibió el Premio Nobel por sus descubrimientos sobre electrólisis. Trabajó en muchas áreas de la ciencia, aplicando nuevos conocimientos para explicar el origen y comportamiento de los cometas, así como en teorías sobre el origen de la vida en la Tierra. El artículo en el que predice el calentamiento global debido al aumento de bióxido de carbono en la atmósfera lo publicó en 1896.

Las nuevas preguntas de la XVIII olimpiada se centrarán alrededor del personaje de Arrhenius, particularmente sobre su predicción del calentamiento global. Como en el caso de Aristarco en su tiempo, todo estaba listo para que a finales del siglo XIX alguien diera el gran paso. Y el gran paso lo dio Arrhenius en 1896. Para ello utilizó descubrimientos clave realizados antes que él por otros científicos, pues en el siglo XIX se realizaron muchísimos descubrimientos que ahora forman parte de la cultura general. Por ejemplo, que el aire está compuesto por varios gases que ahora llamamos nitrógeno, oxígeno, etc. Esto no se sabía desde siempre, alguien tuvo que descubrirlo porque era algo que estaba “cubierto” o escondido, nadie lo sabía. Lo mismo sucedía con el bióxido de carbono, alguien tuvo que descubrir que existía en el aire y en qué proporción. Una vez que se pudieron aislar en una botella se dedicaron a estudiar sus diferentes propiedades. Entre los numerosos experimentos se encontraban los relacionados con la transparencia de los gases a la luz de diferentes colores incluyendo la infrarroja, la cual no se ve pero se sienten sus efectos. A esta luz también se le conoce como rayos infrarrojos o rayos de calor.

LA FÓRMULA

En el caso del bióxido de carbono, se encontró que es un gas que absorbe luz infrarroja. Esta luz la había estudiado Herschel en 1800 y para mediados del siglo XIX podía utilizarse en experimentos. En 1859 Tyndall descubrió que el vapor de agua, el bióxido de carbono y el ozono absorbían esta luz invisible. Lo que hizo Arrhenius fue sintetizar o juntar estos y otros descubrimientos en un modelo muy simple, que le permitió predecir el calentamiento global al aumentar el bióxido de carbono en la atmósfera. La idea en esta olimpiada es que ustedes puedan llegar a calcular el calentamiento global si así lo desean. En términos concretos, aquí está la fórmula que resume la predicción de Arrhenius:

$$T_s = \left(\frac{1}{1 - \varepsilon/2} \right)^{\frac{1}{4}} 255^\circ K. \quad (1)$$

La fórmula es muy simple considerando que resume fenómenos muy complejos. La variable T_s es la temperatura promedio en la superficie de la Tierra y ε es una variable que caracteriza la absorción de luz infrarroja por la atmósfera. Si $\varepsilon = 0$, la atmósfera no absorbe luz infrarroja, o sea que es completamente transparente. Si $\varepsilon = 1$, la atmósfera absorbe toda la luz infrarroja que le llega, o sea que es completamente opaca. En general tendremos que $0 \leq \varepsilon \leq 1$. Y esto es todo. Ya pueden ustedes predecir el calentamiento global. O casi, porque falta lo más importante: comprender lo que significa la fórmula.

“OTRA” FÓRMULA

Como se pueden dar cuenta, se trata de una ecuación con una sola variable independiente, la absorción de la atmósfera ε . Conociendo esta cantidad podemos calcular fácilmente la temperatura de la superficie de la Tierra T_s . Como todas las fórmulas, ésta también funciona al revés. Despejando ε tendremos que

$$\varepsilon = 2 \left(1 - \left(\frac{255}{T_s} \right)^4 \right). \quad (2)$$

Ahora la variable independiente es T_s . Podemos calcular la absorción de la atmósfera si conocemos la temperatura promedio de la Tierra. Por si acaso, les recordamos que la ecuación (2) es la misma que la ecuación (1). Parecen diferentes pero son una y la misma ecuación. Si todavía no saben despejar, pues es tiempo de aprender: pregunten, pregunten y pregunten. Cuando dominen la

técnica se sentirán como un mago que desaparece cosas de un lugar y las hace aparecer en otro. Esta puede ser la gran oportunidad que les deparaba el destino para acercarse a las matemáticas. No hallarán otra fórmula que sea tan simple y que a la vez tenga tanta importancia para el futuro de la humanidad. Ni siquiera se compara con la famosa fórmula de Einstein $E = mc^2$.

FÓRMULA EMPÍRICA VS MODELO MATEMÁTICO

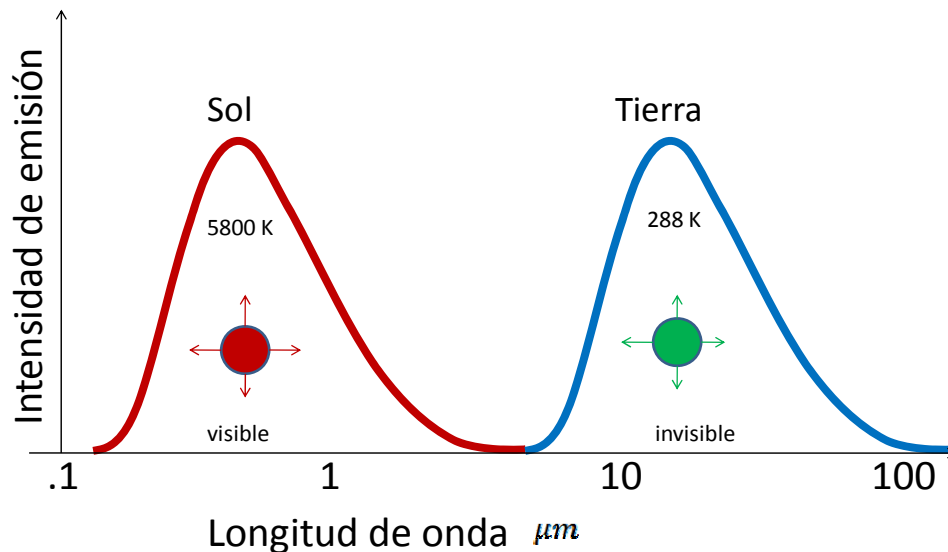
Otra observación sobre la fórmula de Arrhenius es que no se trata de una ecuación empírica. Esto es, que no se obtuvo midiendo temperaturas de la Tierra variando la absorción de la atmósfera. Esto sería prácticamente imposible por la escala del planeta, además de que sería muy peligroso porque todos los habitantes de la Tierra podríamos terminar quemados o congelados. Para estos casos en que no se puede experimentar directamente, los científicos han inventado los modelos matemáticos de procesos físicos. La ecuación (1) es el modelo matemático y el proceso físico es el calentamiento de la Tierra. Con la fórmula podemos experimentar todo lo que queramos sin correr ningún peligro.

Hagamos la prueba. Veamos cuál es la predicción para el caso en que la atmósfera es completamente transparente. Esto es, cuando $\varepsilon = 0$. Resulta que $T_s = 255^\circ K$, lo que equivale a $-18^\circ C$. Esto quiere decir que si la atmósfera no tuviera bióxido de carbono todo en la Tierra estaría congelado. Sabemos que actualmente la temperatura promedio de la Tierra es de $15^\circ C$ y que con esta temperatura estamos más o menos bien. Veamos ahora cual es la predicción para una atmósfera completamente opaca a la luz infrarroja, o sea cuando $\varepsilon = 1$. El resultado es $T_s = 303^\circ K$, lo que equivale a $30^\circ C$. En grados centígrados esto es el doble de la temperatura real de $15^\circ C$. En otras palabras, si la atmósfera fuera completamente opaca a la luz infrarroja entonces tendríamos demasiado calor. Como conclusión podemos decir que la atmósfera no es completamente transparente ni completamente opaca, sino que debe tener una absorción intermedia como $\varepsilon = 0.5$. Para averiguarlo podríamos sustituir este valor en la fórmula (1) y comparar el resultado con el valor real de $15^\circ C$. Si aún obtenemos una temperatura menor a la real podríamos intentarlo de nuevo aumentando la absorción de la atmósfera hasta tener éxito. Sin embargo, seguramente ya se dieron cuenta del juego y que el camino más corto para llegar al objetivo es utilizar la formula inversa (2). Sustituyendo $T_s = 15^\circ C = 288^\circ K$, en grados Kelvin, obtenemos $\varepsilon = 0.78$.

EL MODELO FÍSICO

Todo lo anterior está muy bien en cuanto a utilizar la fórmula para calcular cantidades de interés. Sin embargo, no es suficiente para comprender bien la fórmula. Es necesario también comprender cómo la fórmula se acopla al sistema físico que está representando. Lo primero en aclarar es que el Sol, a su temperatura, emite y envía a la Tierra principalmente luz visible, y que para esta luz la atmósfera es prácticamente transparente, por lo que no hay obstáculos para la entrada de energía. Con todo y que no hay obstáculos, esta energía no es suficiente para calentar la superficie de la Tierra a la temperatura que tiene. El refuerzo proviene del obstáculo en la salida para los rayos de calor que emite la Tierra. La variable ε se refiere a la absorción de los rayos de calor que salen de la Tierra hacia el espacio. La Tierra, a su temperatura, emite solamente rayos de calor invisibles. Esto se muestra gráficamente en la Figura 1.

Fig. 1. Radiación de energía hacia el espacio.



La historia no termina aquí. Arrhenius utilizó tres leyes de la física que ya eran conocidas en su tiempo. Una de ellas es la ley de Kirchhoff de la radiación térmica, la cual establece que en un objeto en equilibrio térmico la absorción es igual a la emisión. Aplicada a la atmósfera esta ley implica que la energía que se absorbe se vuelve a emitir. La atmósfera la emite tanto hacia el espacio exterior como de regreso a la Tierra, lo cual hace que la Tierra se caliente más que si no tuviera atmósfera. Y sin más preámbulos, *éste es el famoso efecto invernadero del*

planeta Tierra. En sí, se trata de un fenómeno altamente beneficioso para la vida porque hace que la temperatura promedio sea de 15°C . Sin el efecto invernadero esta temperatura sería de -18°C . Imagínense la Tierra sin el efecto invernadero. Por cierto, los invernaderos donde se cultivan plantas funcionan de otra manera, simplemente no dejan que el aire caliente ascienda y se escape. Ni el vidrio ni el plástico absorben luz infrarroja.

Las otras dos leyes físicas que utilizó Arrhenius son la conservación de la energía y la ley de Stefan–Boltzmann. Con estas leyes formuló un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas como los que se resuelven en los cursos de álgebra. La solución para una de las variables es la fórmula (1). Hacia el final de esta guía encontrarán una derivación más simple que la que está en Wikipedia.

ORIGEN DE LA TEMPERATURA MÍNIMA

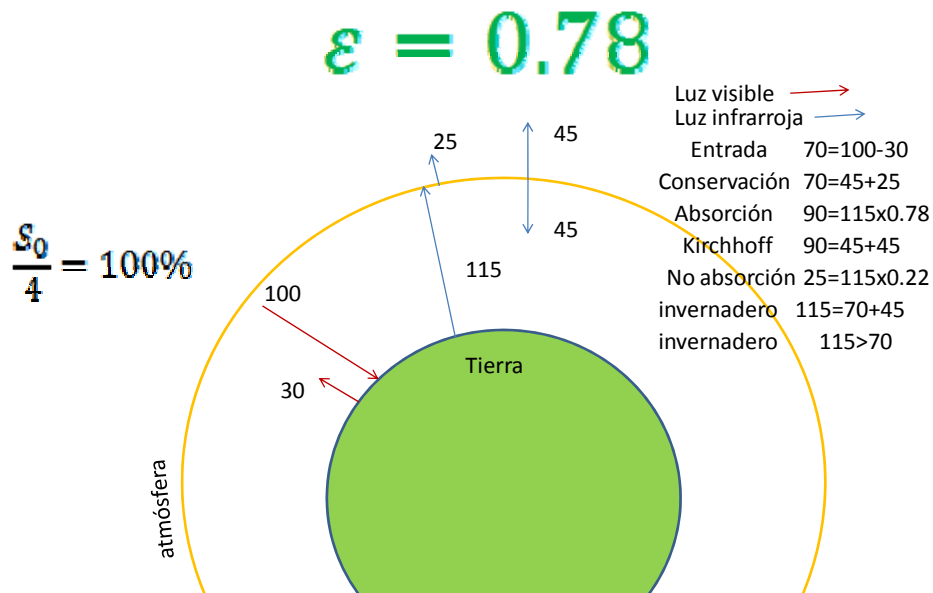
La fórmula (1) tiene el factor numérico de 255°K . Encontrarán en sus búsquedas que a este factor lo llaman temperatura de emisión o temperatura planetaria efectiva T_e y se calcula como

$$T_e = \sigma^{-\frac{1}{4}} \left[\left(\frac{S_0}{4} \right) (1 - \alpha_p) \right]^{\frac{1}{4}} \text{ } ^{\circ}\text{K}. \quad (3)$$

La constante $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ se conoce como la constante de Stefan-Boltzmann que relaciona temperatura con energía en la ley del mismo nombre. La siguiente constante $S_0 = 1376 \text{ W m}^{-2}$ tiene unidades de energía por metro cuadrado por segundo y se conoce como la constante solar para el planeta Tierra. Numéricamente corresponde a los Watts por metro cuadrado que recibe la Tierra en el ecuador. La tercera constante es $\alpha_p = 0.3$, el albedo de la Tierra como planeta. Su valor indica que 30% de la luz visible que nos llega del Sol se refleja hacia el espacio exterior, por lo que solamente una proporción de $(1 - \alpha_p)$ calienta el planeta. En sus consultas en internet encontrarán invariablemente que nadie utiliza la constante S_0 como tal, sino $S_0/4$. ¿Por qué la cuarta parte? Otro comentario de interés es que sólo σ es una verdadera constante de la naturaleza. Tanto S_0 como α_p pueden cambiar con el tiempo y afectar la temperatura de la Tierra. En el primer caso porque la actividad del Sol puede variar, y en el segundo

porque el albedo depende de muchos factores tales como el promedio de nubosidad y la extensión de la capa de hielo en los polos.

Fig. 2. Balance de energía.



En la Figura 2 se muestran los diferentes aspectos del efecto invernadero, desde la energía de entrada hasta la que emite la superficie de la Tierra. El calentamiento lo inicia el Sol con el 70% de la energía que nos llega, y se ve reforzado con 45% que emite la atmósfera hacia abajo a consecuencia de la absorción. El bióxido de carbono en la atmósfera actúa como el aislante que se instala en algunas casas. Sin embargo, hay una gran diferencia: reforzando el aislamiento de una casa no causará mayor problema a sus habitantes, al contrario, entre más aislamiento mejor, pero en el caso de la atmósfera las cosas son diferentes.

EL SOBRE-CALENTAMIENTO GLOBAL

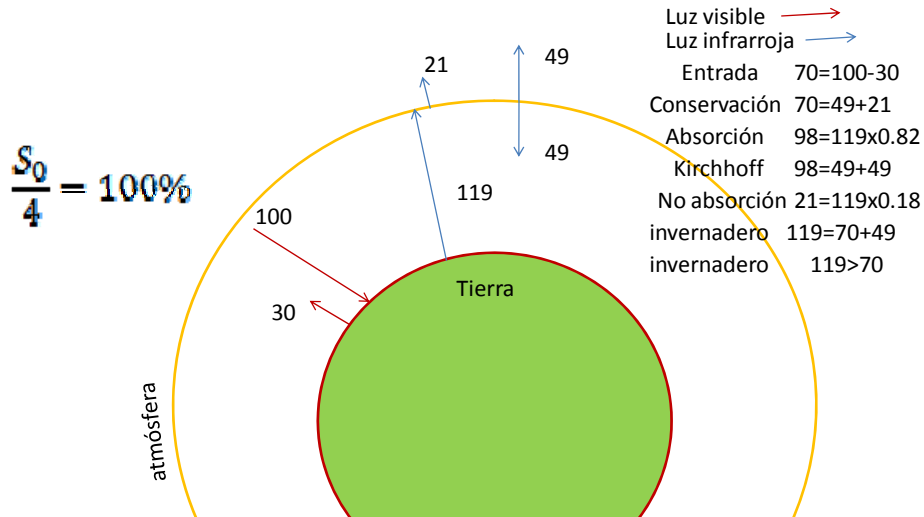
Ahora sí estamos más o menos listos para comprender el fenómeno que trae de cabeza a científicos, presidentes de países y ciudadanos del mundo preocupados por el calentamiento global y sus consecuencias. Como vimos anteriormente, el calentamiento global es en sí un fenómeno que beneficia a todos

los organismos vivos en la Tierra. Si no existiera el calentamiento global la vida en la Tierra probablemente no existiría, excepto tal vez alrededor de los volcanes submarinos. Lo que está pasando es que el bióxido de carbono está aumentando en la atmósfera, de 280 partes por millón en la era preindustrial a 391 actualmente, en gran parte atribuible a la quema de combustibles fósiles como carbón, petróleo y gas. Arrhenius utilizó la ecuación (1) para calcular el aumento de temperatura suponiendo que la concentración de bióxido de carbono fuera de 560 partes por millón, o sea el doble de lo normal en el pasado, o un aumento de 100%. Actualmente se estima que con esto la absorción de la atmósfera aumentaría en una cantidad de 0.02, o sea de 0.78 a 0.80, por lo tanto la temperatura aumentaría de 288.5 a 289.7 grados Kelvin. Esto es, 1.2 grados. Otro aumento de 0.02 lo incluyen por el efecto de realimentación, porque a mayor temperatura se incrementará el vapor de agua en la atmósfera, lo que se estima que aumentaría la absorción de la atmósfera a 0.82. En este caso la temperatura promedio sería de 291.0 grados Kelvin. Esto es, un aumento de 2.5 grados sobre la temperatura normal. Esto no parece mucho pero en realidad es bastante. El bióxido de carbono apenas ha aumentado un 40% y ya hay desaparición de glaciares, así como huracanes y tornados más violentos.

En la Figura 3 se muestra el balance de energías para este caso. Se puede observar que la entrada y salida de energía de la Tierra como planeta es la misma que anteriormente (70%), pero en el cambio se acumuló más energía en la Tierra (119 vs 115).

Fig. 3. Balance de energía.

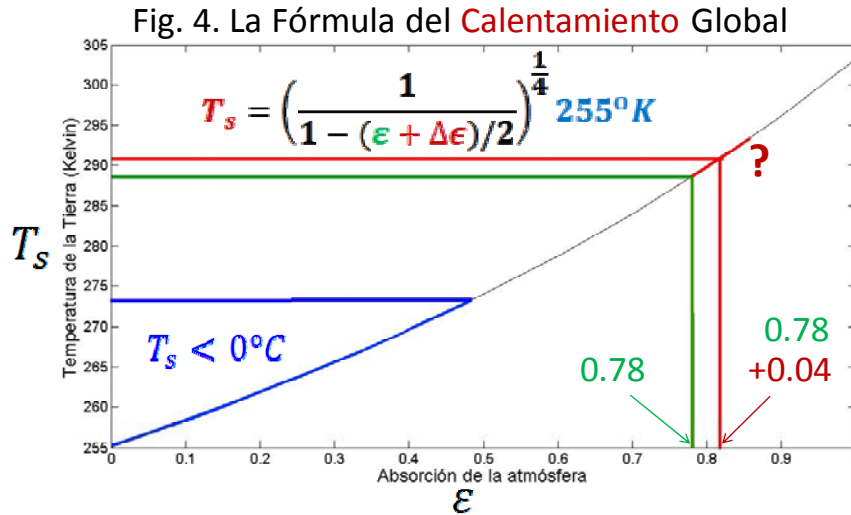
$$\epsilon = 0.78 + 0.04$$



Podemos modificar la ecuación (1) para enfatizar que en realidad se trata de un sobrecalentamiento desde un estado normal y saludable con absorción ϵ a otro con $\epsilon + \Delta\epsilon$, donde el incremento $\Delta\epsilon$ es el que estaría causando problemas. La ecuación es

$$T_s = \left(\frac{1}{1 - (\epsilon + \Delta\epsilon)/2} \right)^{\frac{1}{4}} 255^\circ K. \quad (4)$$

Como el color rojo evoca calor, T_s y $+\Delta\epsilon$ están en rojo. La temperatura mínima $255^\circ K$ está en azul para evocar frío y la absorción normal ϵ en verde para evocar un ecosistema saludable. La Figura 4 es una representación gráfica de la ecuación en donde se incluyen algunos puntos de interés.



PESIMISMO VS OPTIMISMO

Pesimismo.- En la Fig. 4 el signo de interrogación representa incertidumbres relacionadas con efectos de realimentación. Por ejemplo, el aumento de temperatura hará que haya más vapor de agua en la atmósfera, lo cual hará que aumente más su absorción, porque según se mencionó el vapor de agua también absorbe luz infrarroja. Entonces, con más vapor mayor aumento en la temperatura y a mayor temperatura todavía más vapor. Esto se conoce como realimentación positiva. Si el fenómeno no se controla se llega a lo que llaman efecto invernadero desbocado, o sea que la temperatura aumenta, aumenta y aumenta sin medida.

Optimismo.- Sin embargo, como vimos en la pasada olimpiada sobre Gaia, también existe la realimentación negativa. Si hay más vapor en la atmósfera se podrán formar también más nubes, las cuales reflejarán más luz del Sol al espacio, aumentando el albedo α_p . Entonces, la temperatura de la Tierra tendería a disminuir. ¿Habría qué incluir éste efecto en la fórmula?

PARA LOS QUE QUIEREN MÁS

La ecuación (1) predice la temperatura promedio de la Tierra mediante una sola variable, la absorción ϵ de la atmósfera a la luz infrarroja. Este es el efecto principal que determina la temperatura. Sin embargo, como vimos en la ecuación

(3), hay otras dos variables que podrían ser importantes, la energía que nos llega del Sol S_0 , y el albedo de la Tierra α_p . Se podrían hacer gráficas variando estas cantidades y estudiar cómo cambia la temperatura. Nos daríamos cuenta que la temperatura de la Tierra es muy frágil. Por esta razón existen propuestas y experimentos para reducir ε , aumentar α_p e incluso para reducir S_0 . Se necesitan ideas.

La ley de Stefan-Boltzmann establece que la energía por metro cuadrado por segundo que emite un objeto a una temperatura T viene dada como $E = \sigma T^4$. La fórmula (1) se puede obtener fácilmente aplicando conservación de energía en la superficie de la Tierra. En la Figura (2) la igualdad de invernadero $115=70+45$ significa que la energía que sale de la Tierra (115) es igual a la que llega a la Tierra desde el Sol (70) y desde la atmósfera (45). En términos de la ley de Stefan-Boltzmann, $115 = \sigma T_s^4$, $70 = \left(\frac{S_0}{4}\right)(1 - \alpha_p)$ y $45 = \frac{1}{2}\varepsilon\sigma T_s^4$. En esta última ecuación el factor de un medio expresa que sólo la mitad de la energía que se absorbe en la atmósfera se recibe en la superficie de la Tierra. La otra mitad se pierde en el espacio. En estos términos

$$\sigma T_s^4 = \left(\frac{S_0}{4}\right)(1 - \alpha_p) + \frac{1}{2}\varepsilon\sigma T_s^4. \quad (5)$$

Despejando para T_s se obtiene la fórmula (1), donde el factor $255^\circ K$ está dado por la ecuación (3).

RECOMENDACIÓN

Lean esta guía varias veces, no es un tema fácil pero es muy importante. Descifren las figuras. Con lápiz y papel hagan los despejes. Discutan entre ustedes y con sus maestros. Vean en YouTube videos al respecto, etc.

EL EXAMEN

Como siempre, en total serán 100 preguntas. Sobre el presente tema de La Fórmula del Calentamiento Global serán 25 preguntas. Estas 25 preguntas tendrán un valor de 3 puntos cada una para un valor total de 75 puntos. Sobre Gaia serán 20 (XVII olimpiada), sobre Aristarco de Samos (XVI olimpiada) serán 30, sobre Rayos y Centellas (XV) serán 25. Las preguntas nuevas serán sobre el presente tema, así como en la XVII fueron nuevas aquellas sobre Gaia, en la XVI las de Aristarco de Samos, y en la XV las de Rayos y Centellas. Estas 75 preguntas las pueden consultar en los informes correspondientes a las olimpiadas mencionadas, que están disponibles en esta misma página



(<http://olimpiadas.ugm.org.mx>). Estas 75 preguntas tendrán un valor de 1/3 de punto cada una para un valor total de 25 puntos. Para los que no han asistido a nuestras olimpiadas se les recomienda ver en YouTube: <http://www.youtube.com/watch?v=Q5d-4HvP32U>.

INSCRIPCIONES

Por favor recuerden que es muy conveniente para nosotros que se inscriban con anterioridad, ya sea en forma individual o en grupo por correo electrónico, según se indica en esta página, porque nos permite planear mejor la cantidad de exámenes que debemos imprimir, preparar un día antes los gafetes con sus nombres, imprimir los diplomas de participación, el número de mesas y sillas que necesitaremos, así como la cantidad de comida que debemos ordenar. Por lo general recibimos a alrededor de 90 participantes. Aunque nunca hemos puesto límites, si es necesario limitaremos a 100 el número de participantes por cuestiones de cupo en el auditorio.

Pan, café, chocolate y frutas para quienes no hayan desayunado. De 8:00 a 10:00 AM se entregarán los gafetes con sus nombres. A las 10:00 AM inicia el examen y se termina a las 12:01 PM. Antes de la comida tendremos, como siempre, la visita a varios laboratorios incluyendo la red sismológica donde se reciben las señales de los sismos que ocurren en Baja California. Entre las 2:00 y 3:00 PM se harán las premiaciones.

Saludos cordiales y buena suerte. Los esperamos en Ensenada.

Atentamente,

Dr. Enrique Gómez Treviño.

Coordinador de las Olimpiadas